מבחן באלגברה 1 מ' -104016-
סמסטר אביב תשס"ב - מועד ב'

שם משפחה:		שם פרטי:	
מס. סטודנט:		פקולטה:	

קרא בעיון את כל ההוראות:

- ❖ משך הבחינה <u>שלוש שעות</u> . אין להשתמש בחומר עזר.
- ❖ במבחן 4 שאלות. יש לפתור את כל 4 השאלות.
- ❖ יש לענות על השאלות בצורה מסודרת ויש לנמק כל תשובה.
  יורדו נקודות על כתיבה מרושלת. **<u>תשובה בלתי מנומקת לא תחשב</u>**.
- ❖ יש לרשום את תוצאות החישובים במשבצות המיועדות לכך, המופיעות מיד
  אחרי השאלות. תוצאה שתרשם במקום אחר לא תחשב !
- ❖ יש לבצע את כל החישובים בתוך קובץ הדפים (ולמחוק בבירור טיוטות).

ב ה צ ל ח ה !

שאלות	ציון
שאלה מס' 1	
שאלה מס' 2	
שאלה מס' 3	
שאלה מס' 4	
סה"כ	

שאלה מס. 1 : (35 נקודות)
נתונה המטריצה הממשית

$$A=\begin{pmatrix}0 & 0 & 6\\ 1 & 0 & -11\\ 0 & 1 & 6\end{pmatrix}$$

א. מצא את הערכים העצמיים של A ואת הריבוי האלגברי והריבוי הגיאומטרי של כל ערך עצמי.

ב. האם A ניתנת ללכסון ? אם כן מצא מטריצה אלכסונית D ש- A דומה לה ומטריצה הפיכה P המקיימת $P^{-1}AP=D$.

ג. הוכח ש- $tr(A^{1000})>1000000$.

ד. תהי $B=(A^7-I)(A^2-4I)$. הוכח ש- $B\neq 0$ אבל $\det(B)=0$.

ריכוז תשובות

א.

ערך עצמי	ריבוי אלגברי	ריבוי גיאומטרי

ב. A ניתנת ללכסון

כן	לא

אם כן אז $D=$ [ ] ו- $P=$ [ ]

שאלה מס. 2 : (15 נקודות)

תהיינה B ו- C מטריצות ממשיות 2×2 ותהי $A = BC - CB$. הוכח או הפרך.

א. $tr(A) = 0$.

ב. A^8 היא מטריצה סקלרית.

ג. אם $\det A < 0$ אז השורשים האופיניים של A הם ממשיים.

ד. אם $A^2 \neq 0$ ו- $BCA = 0$ אז $CBA \neq 0$ והיא מטריצה סקלרית.

ריכוז תשובות

א.	כן	לא
ב.	כן	לא
ג.	כן	לא
ד.	כן	לא

שאלה מס. 3 : (35 נקודות)

יהי V מרחב המטריצות הממשיות מסדר 2×2 ותהי $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$. תהי $T:V\to V$ הטרנספורמציה הליניארית המוגדרת ע"י $T(X)=AX-XA$ לכל $X\in V$.

א. מצא את המטריצה המייצגת של T בבסיס הסטנדרטי $E=\{E_1,E_2,E_3,E_4\}$

כאשר $E_1=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $E_2=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $E_3=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $E_4=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

ב. תהי $U=\{u_1,u_2,u_3,u_4\}$

כאשר $u_1=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $u_2=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $u_3=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $u_4=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$

הוכח ש- U הוא בסיס של V וחשב את $[T]_U$.

ג. נתון כי $[X]_u=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}$. מצא את $[T(X)]_E$.

ד. מצא בסיס ל- $\ker T$.

ה. מצא בסיס ל- $\mathrm{Im}(T)$.

ריכוז תשובות

א. $[T]_E=$

ג. $[T(X)]_E=$

ד. בסיס ל- $\ker(T)$

ב. $[T]_U=$

ה. בסיס ל- $\mathrm{Im}(T)$

<u>שאלה מס. 4</u> : (15 נקודות)
A היא מטריצה ממשית $n\times n$ שכל ערכיה העצמיים הם ממשיים ושווים זה לזה.
הוכח ש- A ניתנת ללכסון אם ורק אם A היא מטריצה סקלרית.